Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

1. март 2020.

Први разред – Б категорија

1. Дата је тачка X унутар правоугаоника $ABCD$. Ако је $P_{XAB} = 15$, $P_{XBC} = 16$ и $P_{XCD} = 17$, одредити P_{XDA}.

(Са P_Φ означена је површина фигуре Φ.)

2. Одредити број парних шестоцифрених бројева чији је збир цифара једнак 51.

3. У троуглу ABC у коме је $\sphericalangle B = 110°$ и $\sphericalangle C = 30°$, спољашња симетрала угла BAC сече праву BC у тачки L. Ако је O центар описаног круга троугла ABC, израчунати угао AOL.

4. Могу ли се броју 2020 здесна дописати још три цифре тако да се добије седмоцифрен број који је дељив сваким од бројева 8, 9 и 11? Одредити сва решења.

5. Један радник у фабрици дневно произведе шест пари ципела. Радници раде у две смене, при чему је планирано да у неком периоду прва смена произведе 240 пари више него друга. Међутим, услед епидемије грипа одсуствовало је 5 радника из прве смене и 4 из друге, тако да је и једној и другој смени било потребно по два дана више да постигну предвиђену норму. Колико има радника у свакој смени?

Време за рад: 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.
Сваки задатак вреди 20 бодова.

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

1. март 2020.

Други разред – Б категорија

1. Приказати графички скуп тачака у xOy-равни за које је $\dfrac{1}{x} > \dfrac{1}{y}$.

2. Троцифрен број $\overline{abc}$ је паран, а његове цифре међусобно различите и различите од нуле. Познато је да је збир свих троцифрених бројева који се састоје од цифара a, b и c (без понављања) већи од 2700, а мањи од 3100. Који је највећи могући овакав број $\overline{abc}$?

3. У спољашњости троугла ABC конструисани су троуглови BCD, CAE и ABF који су слични у неком редоследу темена. Ако је шестоугао $AFBDCE$ тетиван, доказати да је троугао ABC једнакостраничан.

4. У скупу реалних бројева решити систем једначина

$$\begin{cases} x^2 + xz = y^2 + yz \\ xy + 1 = x + y \\ x^2 + yz = z^2 - xy. \end{cases}$$

5. На табли су написани бројеви 1 и 2. Нове бројеве дописујемо на следећи начин: ако на табли већ постоје различити бројеви a и b, можемо да допишемо број $ab - 5a + 7b$. Можемо ли применом овог поступка икада записати број:

(а) 2020? (б) 2019?

Време за рад: 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.
Сваки задатак вреди 20 бодова.

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

1. март 2020.

Трећи разред – Б категорија

1. У правилној четвоространој пирамиди $SABCD$ бочна страна SAB заклапа са основом $ABCD$ угао од 60°. Израчунати косинус угла између бочних страна SAB и SBC.

2. Посматрајмо све троцифрене бројеве чије су све цифре у скупу $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ (не обавезно различите; прва цифра не може бити нула). Да ли међу овим бројевима има више оних дељивих са 3 или оних дељивих са 5?

3. Дат је квадрат $ABCD$ странице a и кружница k са центром у центру квадрата O и полупречником r. Нека је P произвољна тачка на кружници k. Доказати да је вредност израза

$$PA^2 + PB^2 + PC^2 + PD^2$$

константна, тј. да не зависи од избора тачке P на кружници.

4. Дат је природан број n. Одредити све реалне бројеве x такве да за сваку пермутацију (a, b, c, d) бројева $n, n+1, n+2, n+3$ важи

$$\sin ax \cdot \sin bx = \sin cx \cdot \sin dx.$$

5. Означимо са $S(n)$ збир цифара природног броја n. Решити једначину

$$n \cdot S(n) = 2020 + n.$$

Време за рад: 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.
Сваки задатак вреди 20 бодова.

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

1. март 2020.

Четврти разред – Б категорија

1. Дат је скуп $A = \{1, 2, \ldots, 10\}$. Колико има пресликавања $f : A \to A$ која сваки паран број сликају у паран број, а сваки број дељив са 3 у број дељив са 3?

2. Некопланарне тачке A, B, C и D у простору су такве да је $AB = BC = CD = DA$. Нека је M средиште дужи AC, а N средиште дужи BD. Доказати да је MN заједничка нормала за праве AC и BD.

3. Решити једначину

$$x^2 + (x - 3)\log_2 x = 4x - 3.$$

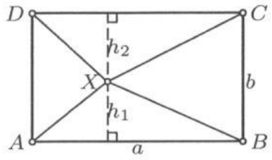
4. На хипотенузи AB једнакокрако-правоуглог троугла ABC дате су тачке P и Q (при чему је P између A и Q) такве да је $\sphericalangle PCQ = 45°$. Доказати да је $AP^2 + QB^2 = PQ^2$.

5. У скупу целих бројева решити једначину

$$2x^3 + 3x^2 + 3x = 2020 + 9y.$$

Време за рад: 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.
Сваки задатак вреди 20 бодова.

1Б.1. Ако је $AB = a$ и $BC = b$, а h_1 и h_2 редом висине из темена X у троугловима XAB и XCD, онда је $h_1 + h_2 = b$ и $P_{XAB} + P_{XCD} = \frac{1}{2}ah_1 + \frac{1}{2}ah_2 = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}P_{ABCD}$.



На исти начин важи и $P_{XBC} + P_{XDA} = \frac{1}{2}P_{ABCD}$. Према томе, $P_{XDA} = P_{XAB} + P_{XCD} - P_{XBC} = 15 + 17 - 16 = 16$.

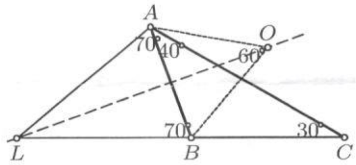
1Б.2. Како је збир првих пет цифара не већи од $5 \cdot 9 = 45$, последња цифра је 6 или 8.

Ако је последња цифра 6, једина могућност је број 999996.

Ако је последња цифра 8, првих пет цифара могу бити четири деветке и седмица неким редом (5 могућности), или три деветке и две осмице ($\binom{5}{2} = 10$ могућности).

Према томе, тражених бројева има $1 + 5 + 10 = 16$.

1Б.3. Како је $\sphericalangle A = 40°$, имамо $\sphericalangle LAB = \frac{180° - \sphericalangle A}{2} = 70° = \sphericalangle LBA$. Према томе, троугао LAB је једнакокрак и $LA = LB$, а како је такође $OA = OB$, права LO је симетрала дужи AB. При томе су троуглови LOA и LOB подударни (три пара једнаких страница), па је $\sphericalangle AOL = \sphericalangle BOL = \frac{1}{2}\sphericalangle AOB = \sphericalangle ACB = 30°$.



1Б.4. Добијени седмоцифрени број, који лежи између 2 020 000 и 2 020 999, мора да буде дељив са $8 \cdot 9 \cdot 11 = 792$. Како је $2\,020\,000 = 2550 \cdot 792 + 400$, једини такав број је $2551 \cdot 792 = 2\,020\,392$.

Друго решење. Нека је тражени број $\overline{2020abc}$. Цифра c мора бити парна. Критеријуми дељивости са 9 и 11 дају $9 \mid 4{+}a{+}b{+}c$ и $11 \mid 4{+}a{-}b{+}c$. Следи да је $a{+}b{+}c \in \{5, 14, 23\}$ и $a{-}b{+}c \in \{-4, 7\}$. Притом се бројеви $a{+}b{+}c$ и $a{-}b{+}c$ разликују за $2b$, те морају имати исту парност.

Ако је $a{-}b{+}c = -4$, мора бити $a{+}b{+}c = 14$, одакле следи $b = 9$ и $a + c = 5$, па је $\overline{abc} \in \{\overline{194}, \overline{392}, \overline{590}\}$. Провером налазимо решење 2 020 392.

Ако је $a{-}b{+}c = 7$, мора бити $a{+}b{+}c = 23$, одакле следи $b = 8$ и $a + c = 15$, па је $\overline{abc} \in \{\overline{788}, \overline{986}\}$. Провером не налазимо ниједно решење.

1Б.5. Означимо са a и b редом бројеве радника у првој и другој смени, а са n број планираних дана. Услов задатка нам даје једначине

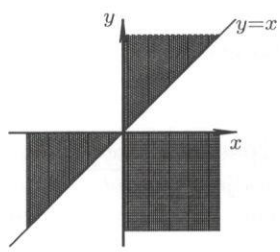
$$6n(a - b) = 240, \quad na = (n + 2)(a - 5), \quad nb = (n + 2)(b - 4).$$

Развијањем друге и треће једначине добијамо $2a - 5n - 10 = 2b - 4n - 8 = 0$, тј. $a = \frac{5}{2}(n + 2)$ и $b = 2(n + 2)$, тако да прва једначина постаје $240 = 6n \cdot \frac{1}{2}(n + 2)$, тј. $n(n + 2) = 80$. Једино решење ове једначине у скупу природних бројева је $n = 8$. Следи да је $a = 25$ и $b = 20$, тј. у првој смени има 25 радника, а у другој 20.

2Б.1. У првом и трећем квадранту је $xy > 0$, па множењем са xy услов задатка постаје $x < y$.

У другом и четвртом квадранту је $xy < 0$, па се множењем са xy мења знак, тј. услов задатка постаје $x > y$.

Тражени скуп је приказан на слици (осе и права $x = y$ не припадају скупу).



2Б.2. Троцифрени бројеви састављени од цифара a, b и c су $\overline{abc}$, $\overline{acb}$, $\overline{bac}$, $\overline{bca}$, $\overline{cab}$ и $\overline{cba}$, а њихов збир је $222(a + b + c)$. Једини број дељив са 222 између 2700 и 3100 је $222 \cdot 13 = 2886$, одакле закључујемо да је $a + b + c = 13$.

Цифра a не може бити 9 (следило би $\overline{abc} = 922$, што отпада). Ако је $a = 8$, могући бројеви $\overline{abc}$ су 814 и 832. Према томе, одговор је 832.

2Б.3. Означимо $\sphericalangle CAB = \alpha$, $\sphericalangle ABC = \beta$ и $\sphericalangle BCA = \gamma$. Претпоставимо да троугао ABC није једнакостраничан: рецимо, $\alpha \neq \beta$. Из тетивности четвороуглова $ABDC$ и $BCEA$ следи $\sphericalangle BDC = 180^\circ - \alpha$ и $\sphericalangle CEA = 180^\circ - \beta$, па су то два различита угла сваког од троуглова BDC, CEA и AFB. Међутим, ово је немогуће, јер је $(180^\circ - \alpha) + (180^\circ - \beta) > 180^\circ$.

2Б.4. Из датих једначина имамо

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - y^2 + xz - yz = (x-y)(x+y+z), \\ 0 &= xy - x - y + 1 = (x-1)(y-1), \\ 0 &= x^2 - z^2 + xy + yz = (x+z)(x+y-z). \end{aligned}$$

Друга једначина даје $x = 1$ или $y = 1$.

(1°) Ако је $x = y = 1$, трећа једначина даје $z \in \{-1, 2\}$.

(2°) Ако је $y \neq x = 1$, из прве једначине је $x + y + z = 0$, тј. $z = -1 - y$, што заменом у трећу даје $-y(2 + 2y) = 0$, тј. $y \in \{-1, 0\}$.

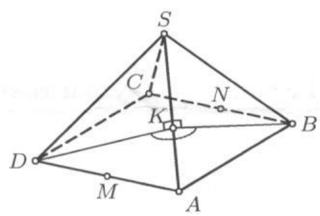
(3°) Ако је $x \neq y = 1$, из прве једначине опет следи $z = -1 - x$, што заменом у трећу даје $-(2 + 2x) = 0$, тј. $x = -1$ и $z = 0$.

Овако смо добили пет решења (x, y, z): $(1, 1, -1)$, $(1, 1, 2)$, $(1, -1, 0)$, $(1, 0, -1)$ и $(-1, 1, 0)$. Директно се проверава да су то заиста решења.

2Б.5. **(а)** Ако су један или оба броја a и b непарни, број $ab - 5a + 7b$ ће такође бити непаран. Пошто је на табли само један број паран, никада нећемо записати други паран број, па тако ни број 2020.

(б) У ствари, сви новонастали бројеви даваће остатак 2 при дељењу са 3. Заиста, кад год макар један од бројева a и b даје остатак 2 при дељењу са 3, број $(a+7)(b-5) = ab - 5a + 7b - 35$ биће дељив са 3, тако да ће $ab - 5a + 7b$ давати остатак 2. Према томе, ни број 2019 није могуће дописати.

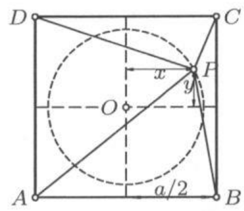
3Б.1. Нека је K подножје висине из D у троуглу SAD. Пошто је $\triangle SAD \cong \triangle SAB$, тачка K је уједно и подножје висине из B у $\triangle SAD$. Угао θ између страна SAD и SAB заправо је $\sphericalangle BKD$.



По услову задатка, ако су M и N редом средишта ивица AD и BC, троугао SMN је једнакостраничан, тј. $SM = SN = MN = a$. Како је $AM = \frac{1}{2}a$, Питагорина теорема нам даје $SA = \frac{\sqrt{5}}{2}a$. Даље, површина троугла SAD је $\frac{1}{2}SM \cdot AD = \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2}SA \cdot DK$, одакле је $DK = BK = \frac{2}{\sqrt{5}}a = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$. Како је $BD = a\sqrt{2}$, угао θ налазимо по косинусној теореми у $\triangle BKD$: $\cos\theta = \frac{KB^2 + KD^2 - BD^2}{2KB \cdot KD} = \frac{\frac{4}{5} + \frac{4}{5} - 2}{2 \cdot \frac{4}{5}} = -\frac{1}{4}$.

3Б.2. Прве две цифре $a, b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ могу се одабрати на $5 \cdot 6 = 30$ начина. Међу шест бројева $\overline{ab0}, \overline{ab1}, \ldots, \overline{ab5}$ тачно два су дељива са пет ($\overline{ab0}$ и $\overline{ab5}$) и тачно два су дељива са три. Према томе, тражених бројева дељивих са 3, као и оних дељивих са 5, има по 60.

3Б.3. Кроз тачку O нацртајмо праве p и q редом паралелне правим AB и BC. Означимо растојања тачке P од правих p и q редом са x и y. Тада је $x^2+y^2=r^2$ и



$$\begin{aligned} &PA^2+PB^2+PC^2+PD^2 \\ =\quad &\left((\tfrac{a}{2}+x)^2+(\tfrac{a}{2}+y)^2\right)+\left((\tfrac{a}{2}-x)^2+(\tfrac{a}{2}+y)^2\right) \\ &+\left((\tfrac{a}{2}-x)^2+(\tfrac{a}{2}-y)^2\right)+\left((\tfrac{a}{2}+x)^2+(\tfrac{a}{2}-y)^2\right) \\ =\ &2a^2+4x^2+4y^2=2a^2+4r^2. \end{aligned}$$

Друго решење. Имамо $PA^2=\left(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OA}\right)^2=PO^2+OA^2+2\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{OA}=r^2+\frac{1}{2}a^2+2\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{OA}$. Сабирајући ову и аналогне једнакости за PB^2, PC^2 и PD^2 налазимо

$$PA^2+PB^2+PC^2+PD^2=4r^2+2a^2+2\overrightarrow{PO}\cdot\left(\cancelto{\vec{0}}{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}}\right)=2a^2+4r^2.$$

3Б.4. Услов задатка за $(a,b,c,d)=(n,n{+}3,n{+}1,n{+}2)$ и $(a,b,c,d)=(n,n{+}2,n{+}1,n{+}3)$ даје нам

$$\begin{aligned} \cos 3x-\cos(2n{+}3)x&=2\sin nx\sin(n{+}3)x=2\sin(n{+}1)x\sin(n{+}2)x=\cos x-\cos(2n{+}3)x, \\ \cos 2x-\cos(2n{+}2)x&=2\sin nx\sin(n{+}2)x=2\sin(n{+}1)x\sin(n{+}3)x=\cos 2x-\cos(2n{+}4)x. \end{aligned}$$

Из прве једнакости следи $\cos x=\cos 3x$, тј. $0=\cos x-\cos 3x=2\sin x\sin 2x$. Према томе, $x=k\pi+\frac{\pi}{2}$ или $x=k\pi$ за неко $k\in\mathbb{Z}$.

Из друге једнакости следи $0=\cos(2n{+}2)x-\cos(2n{+}4)x=2\sin x\sin(2n{+}3)x$. Међутим, за $x=k\pi+\frac{\pi}{2}$ ово не важи, јер је $|\sin x|=|\sin(2n{+}3)x|=1$.

За $x=k\pi$ услов задатка је задовољен, јер је $\sin ax=\sin bx=\sin cx=\sin dx=0$. То је и једино решење задатка.

3Б.5. Знамо да n и $S(n)$ дају исти остатак при дељењу са 9, тј. $S(n)=n-9k$ за неки цео број k. Дата једначина постаје $n(n-9k-1)=2020$, па број $n(n-1)=2020+9nk=1+3(673+3nk)$ даје остатак 1 при дељењу са 3. Међутим, ово је немогуће јер, када n даје остатке 0, 1 и 2 при дељењу са 3, број $n(n-1)$ даје редом остатке 0, 0 и 2.

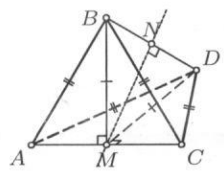
Према томе, једначина нема решења.

4Б.1. Дати скуп делимо у четири подскупа:

$$\{6\},\quad B=\{2,4,8,10\},\quad C=\{3,9\}\quad\text{и}\quad D=\{1,5,7\}.$$

Тражена пресликавања сликају 6 у 6, затим B у $B\cup\{6\}$ (што се може учинити на 5^4 начина), C у $C\cup\{6\}$ (3^2 начина) и D било где у A (10^3 начина). То укупно даје $5^4\cdot 3^2\cdot 10^3=5\,625\,000$ пресликавања.

4Б.2. Троуглови BAC и DAC су подударни, па су њихове одговарајуће тежишне дужи BM и DM једнаке. То значи да је MBD једнакокраки троугао, а MN његова висина, тј. $MN\perp BD$. На исти начин се доказује и да је $MN\perp AC$.



4Б.3. Записаћемо једначину у облику $(x-3)\log_2 x=-x^2+4x-3=(1-x)(x-3)$. Очигледно је $x=3$ једно решење. За $x\neq 3$ дељењем са $x-3$ добијамо $\log_2 x=1-x$, тј.

$$f(x)=1,\quad\text{где је}\quad f(x)=x+\log_2 x.$$

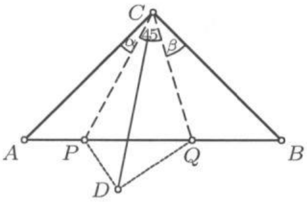
Видимо да је једно решење ове једначине $x=1$. С друге стране, функција $f(x)$ је строго растућа, па је $f(x)>1$ за $x>1$ и $f(x)<1$ за $0<x<1$, тако да других решења нема. Дакле, једина решења су $x=1$ и $x=3$.

4Б.4. Означимо $\sphericalangle ACP=\alpha$ и $\sphericalangle BCQ=\beta=45^\circ-\alpha$. Како је $\sphericalangle CQP=45^\circ+\beta=90^\circ-\alpha$, синусна теорема у $\triangle ACP$ и $\triangle CPQ$ даје $\frac{AP}{\sin\alpha}=\frac{CP}{\sin 45^\circ}$ и $\frac{PQ}{\sin 45^\circ}=\frac{CP}{\sin(90^\circ-\alpha)}=\frac{CP}{\cos\alpha}$, тј.

$$AP=CP\frac{\sin\alpha}{\sin 45^\circ}=PQ\frac{\cos\alpha}{\sin 45^\circ}\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin 45^\circ}=PQ\sin 2\alpha.$$

На исти начин добија се и $BQ=PQ\sin 2\beta=PQ\cos 2\alpha$. Сада се једнакост $AP^2{+}QB^2=PQ^2$

своди на тривијалну: $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1$.



Друго решење. Нека је D тачка симетрична тачки A у односу на праву CP. Тада је $\triangle CPD \cong \triangle CPA$, па је $DP = AP$. Штавише, $\sphericalangle DCQ = 45^\circ - \sphericalangle PCD = 45^\circ - \sphericalangle ACP = \sphericalangle QCB$. То заједно са $CD = CA = CB$ и $CQ = CQ$ даје $\triangle CQD \cong \triangle CQB$, па је $DQ = BQ$.

Најзад, из $\sphericalangle PDC = \sphericalangle PAC = 45^\circ$ и $\sphericalangle CDQ = \sphericalangle CBQ = 45^\circ$ следи $\sphericalangle PDQ = 90^\circ$. Сада је $PQ^2 = DP^2 + DQ^2 = AP^2 + BQ^2$.

4Б.5. Из једначине следи да број $x^3 + (x+1)^3 = 2021 + 9y$ даје остатак 5 при дељењу са 9. Међутим, куб целог броја при дељењу са 9 увек даје један од остатака 0, 1 и 8, па $x^3 + (x+1)^3$ може дати само остатке $0, 1, 2, 7, 8$. Према томе, једначина нема решења.

	ПРВИ РАЗРЕД ПРЕЗИМЕ И ИМЕ	ШКОЛА	**ЗАДАЦИ**					**З Б И Р**	**ПЛАСМАН**
			1	**2**	**3**	**4**	**5**		
1	Серафимовић Илија	Гимназија "Урош Предић" Панчево	20	20	20	20	2	82	I
2	Катић Аликсандар	Гимназија "Урош Предић" Панчево	20	20	0	20	20	80	I
3	ђерић Лана	Гимназија "Урош Предић" Панчево	20	20	10	20	0	70	II
4	Петар Француски	Гимназија "Б. Петров Браца" Вршац	20	15	20	5	5	65	III
5	Станојковић Александар	Гимназија "Урош Предић" Панчево	20	20	20	2	2	64	III
6	Илијевски Бојан	Гимназија "Урош Предић" Панчево	20	20	20	0	0	60	похвала
7	Мучибабић Дамјан	Гимназија "Урош Предић" Панчево	20	20	0	5	5	50	похвала
8	Небојша Попов	Гимназија "Б. Петров Браца" Вршац	20	20	0	5	2	47	
9	Слијепчевћ Михајло	Гимназија "Урош Предић" Панчево	20	20	5	0	2	47	
10	Мајкић Јана	Гимназија "Урош Предић" Панчево	0	20	5	20	0	45	
11	Миленовић Павле	Гимназија "Урош Предић" Панчево	0	20	0	20	2	42	
12	Душко Филиповић	Гимназија "Михајло Пупин" Ковачица	20	5	0	10	2	37	
14	Рођан Александра	Гимназија "Урош Предић" Панчево	5	20	5	0	0	30	
15	Јовановић Богдан	ЕТШ "Никола Тесла"	5	20	0	0	0	25	
16	Мила Стојисвљевић	Гимназија "Б. Петров Браца" Вршац	0	17	0	5	0	22	
17	Стефановић Јована	Гимназија "Урош Предић" Панчево	5	5	0	0	2	12	
18									
19									
20									
21									
22									
23									
24									
25									
26									
27									
28									

	ДРУГИ РАЗРЕД ПРЕЗИМЕ И ИМЕ	ШКОЛА	**ЗАДАЦИ**					**З Б И Р**	**ПЛАСМАН**
			1	**2**	**3**	**4**	**5**		
1	Ранковић Филип	Гимназија "Урош Предић"	5	20	20	10	20	75	I
2	Тршек Мина	Гимназија "Урош Предић"	0	20	20	10	20	70	II
3	Ђошић Милош	ЕТШ "Никола Тесла"	15	20	0	15	20	70	II
4	Милованов Марко	ЕТШ "Никола Тесла"	10	20	0	10	10	50	III
5	Трајковић Лука	ЕТШ "Никола Тесла"	0	15	0	10	20	45	похвала
6	Томановић Ања	Гимназија "Урош Предић"	0	20	0	10	10	40	похвала
7	Нешковић Наташа	Гимназија "Урош Предић"	0	20	0	20	0	40	похвала
8	Пешко Јана	Гимназија "Урош Предић"	0	20	0	0	20	40	похвала
9	Душан Дакић	Гимназија "Б. Петров Браца" Вршац	5	20	0	0	10	35	
10	Цуканић Вељко	ЕТШ "Никола Тесла"	0	0	0	0	20	20	
11	Данило Влаховић	Гимназија "Б. Петров Браца" Вршац	0	20	0	0	0	20	
12	Лука Петровић	Гимназија "Б. Петров Браца" Вршац	0	10	0	0	0	10	
13									

	ТРЕЋИ РАЗРЕД ПРЕЗИМЕ И ИМЕ	ШКОЛА	ЗАДАЦИ					З Б И Р	ПЛАСМАН
			1	**2**	**3**	**4**	**5**		
1	Алексић Андреа	Гимназија "Урош Предић" Панчево	15	20	20	0	20	75	I
3	Чакован Наталија	Гимназија "Урош Предић" Панчево	20	20	0	5	20	65	II
4	Виктор Живковић	Гимназија "Б. Петров Браца" Вршац	10	20	0	5	20	55	III
5	Милтеновић Филип	Гимназија "Урош Предић" Панчево	5	20	0	5	20	50	III
6	Ђуретановић Давид	Гимназија "Урош Предић" Панчево	0	20	0	5	20	45	похвала
7	Антић Ана	ЕТШ "Никола Тесла" Панчево	0	20	0	0	0	20	
8									
9									
10									
11									
12									

	ЧЕТВРТИ РАЗРЕД ПРЕЗИМЕ И ИМЕ	ШКОЛА	ЗАДАЦИ					З Б И Р	ПЛАСМАН
			1	2	3	4	5		
1	Етински Едвард Габријел	Гимназија "Урош Предић"	20	20	20	0	20	80	I
2	Станковић Огњен	Гимназија "Урош Предић"	20	0	15	0	20	55	II
3	Бакурски Аранђел	Гимназија "Урош Предић"	5	20	20	0	0	45	III
4	Секуловић Милош	Гимназија "Урош Предић"	5	20	15	0	0	40	похвала
5	Вукасовић Сергеј	Гимназија "Урош Предић"	0	0	15	20	0	35	
6	Лабус Никола	ЕТШ "Никола Тесла"	0	0	5	0	20	25	
7	Котур Софија	Гимназија "Урош Предић"	0	0	10	0	0	10	
8	Лазар Фибишан	Гимназија "Б. Петров Браца" Вршац	0	0	5	0	0	5	
9									
10									
11									
12									
13									
14									